الوحدة الرابعة
الشغل والقدرة والطاقة

٤ - ١ الشغل

أولا: الشغل المبذول من قوة ثابتة:

يعرف الشغل المبذول بواسطة القوة الثابتة $\overrightarrow{\text{ق}}$ فى تحريك جسم من موضع إبتدائى إلى موضع نهائى ويرمز له بالرمز (ش) على أنه حاصل الضرب القياسى لمتجه القوة فى متجه الإزاحة بين الموضعين أى أن:

$$\text{ش} = \overrightarrow{\text{ق}} \bullet \overrightarrow{\text{ف}}$$

ويتضح من ذلك أن الشغل كمية قياسية قد تكون موجبة أو سالبة أو صفر تبعا لإتجاه ومقدار $\overrightarrow{\text{ق}}$ ، $\overrightarrow{\text{ف}}$

مثال:

تحرك جسم على خط مستقيم تحت تأثير القوة $\overrightarrow{\text{ق}} = ٥\,\overrightarrow{\text{س}} + ٢\,\overrightarrow{\text{ص}}$ من النقطة أ(٥، ٢) إلى النقطة ب(٣، ١) إحسب الشغل المبذول بهذه القوة.

الحل:

متجه الإزاحة $\overrightarrow{\text{ف}} = \overrightarrow{\text{أب}} = \overrightarrow{\text{ب}} - \overrightarrow{\text{أ}} = (٣، ١) - (٥، ٢) = (-٢، -١)$

$\therefore \overrightarrow{\text{ف}} = -٢\,\overrightarrow{\text{س}} - \overrightarrow{\text{ص}}$ ، $\because \text{ش} = \overrightarrow{\text{ق}} \bullet \overrightarrow{\text{ف}}$

$\therefore \text{ش} = (٥\,\overrightarrow{\text{س}} + ٢\,\overrightarrow{\text{ص}}) \bullet (-٢\,\overrightarrow{\text{س}} - \overrightarrow{\text{ص}}) = -١٠ - ٢ = -١٢$ وحدة شغل

الحالات المختلفة لمتجهى القوة والإزاحة:

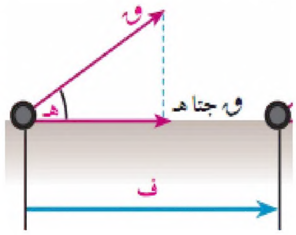
١) إذا كانت القوة ثابتة وأتجاهها مواز لإتجاه الإزاحة:

فى هذه الحالة يكون ق(< هـ) = ٠ وبالتالي يكون:

$$\text{ش} = \overrightarrow{\text{ق}} \bullet \overrightarrow{\text{ف}} = \|\overrightarrow{\text{ق}}\| \times \|\overrightarrow{\text{ف}}\| \text{جتا}٠ = \|\overrightarrow{\text{ق}}\| \times \|\overrightarrow{\text{ف}}\|$$

$$\therefore \text{ش} = \text{ق} \times \text{ف}$$

٢) إذا كانت القوة ثابتة وأتجاهها يميل على إتجاه الإزاحة بزاوية قياسها أصغر من ٩٠°:



فى هذه الحالة يكون :

ش = $||\overrightarrow{\text{ق}}|| \times ||\overrightarrow{\text{ف}}||$ جتاهـ = ق جتاهـ × ف

أى أن الشغل المبذول يساوى المركبة الأفقية للقوة ق مضروبا فى الإزاحة ف

٣) إذا كانت القوة ثابتة وإتجاهها يميل على إتجاه الإزاحة بزاوية قياسها يساوى ٩٠°:

فى هذه الحالة يكون: ش = $||\overrightarrow{\text{ق}}|| \times ||\overrightarrow{\text{ف}}||$ جتا ٩٠° = ٠

أى أن القوة العمودية على إتجاه الحركة لاتبذل شغلا

٤) إذا كانت القوة ثابتة وأتجاهها يميل على إتجاه الإزاحة بزاوية قياسها أكبر من ٩٠°:

فى هذه الحالة يكون جتاهـ سالب وبالتالى يكون الشغل سالب ويسمى شغل مقاومة مثل الشغل الذى تبذله قوة المقاومة أو قوة الإحتكاك

مثـــال:

تحرك جسم على خط مستقيم تحت تأثير القوتين $\overrightarrow{\text{ق}}_1$ = ٢ $\overrightarrow{\text{س}}$ − ٣ $\overrightarrow{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{ق}}_2$ = ٥ $\overrightarrow{\text{س}}$ + $\overrightarrow{\text{ص}}$ من النقطة أ(٢، ١) إلى النقطة ب(٣، ٠) إحسب الشغل المبذول بهذه القوة.

الحـــل:

∵ $\overrightarrow{\text{ق}}$ = $\overrightarrow{\text{ق}}_1$ + $\overrightarrow{\text{ق}}_2$

∴ $\overrightarrow{\text{ق}}$ = ٢ $\overrightarrow{\text{س}}$ − ٣ $\overrightarrow{\text{ص}}$ + ٥ $\overrightarrow{\text{س}}$ + $\overrightarrow{\text{ص}}$ = ٧ $\overrightarrow{\text{س}}$ − ٢ $\overrightarrow{\text{ص}}$

متجه الإزاحة $\overrightarrow{\text{ف}}$ = $\overrightarrow{\text{أب}}$ = $\overrightarrow{\text{ب}}$ − $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (٣، ٠) − (٢، ١) = (١، −١)

∴ $\overrightarrow{\text{ف}}$ = $\overrightarrow{\text{س}}$ − $\overrightarrow{\text{ص}}$ ، ∵ ش = $\overrightarrow{\text{ق}}$ • $\overrightarrow{\text{ف}}$

∴ ش = (٧ $\overrightarrow{\text{س}}$ − ٢ $\overrightarrow{\text{ص}}$) • ($\overrightarrow{\text{س}}$ − $\overrightarrow{\text{ص}}$) = ٧ + ٢ = ٩ وحدة شغل

مثـــال:

إثرت قوة $\overrightarrow{\text{ق}}$ = ٥ $\overrightarrow{\text{س}}$ − ٧ $\overrightarrow{\text{ص}}$ على جسم فحركته من النقطة أ(٥، −١) على خط مستقيم إلى النقطة ب(−١، ٣) ثم إلى النقطة جـ(٤، ٦) إحسب الشغل المبذول بهذه القوة خلال كل من الإزاحتين ثم حقق أن مجموع الشغلين يساوى الشغل المبذول خلال الإزاحة المحصلة.

الحـــل:

∵ متجه الإزاحة الأولى $\overrightarrow{ف_1} = \overrightarrow{أب} = \overrightarrow{ب} - \overrightarrow{أ} = (-١،٣) - (٥،-١) = (-٦،٤)$

∴ $ش_1 = \overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف_1} = (٥\overrightarrow{س} - ٧\overrightarrow{ص}) \bullet (-٦\overrightarrow{س} + ٤\overrightarrow{ص})$

∴ $ش_1 = -٣٠ - ٢٨ = -٥٨$ وحدة شغل

، ∵ متجه الإزاحة الثانية $\overrightarrow{ف_2} = \overrightarrow{بجـ} = \overrightarrow{جـ} - \overrightarrow{ب} = (٤،٦) - (-١،٣) = (٥،٣)$

∴ $ش_2 = \overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف_2} = (٥\overrightarrow{س} - ٧\overrightarrow{ص}) \bullet (٥\overrightarrow{س} + ٣\overrightarrow{ص})$

∴ $ش_2 = ٢٥ - ٢١ = ٤$ وحدة شغل

∴ $ش_1 + ش_2 = -٥٨ + ٤ = -٥٤$ وحدة شغل (١)

∵ متجه الإزاحة المحصلة $\overrightarrow{ف} = \overrightarrow{أجـ} = \overrightarrow{جـ} - \overrightarrow{أ} = (٤،٦) - (٥،-١) = (-١،٧)$

∴ $ش = \overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف} = (٥\overrightarrow{س} - ٧\overrightarrow{ص}) \bullet (-\overrightarrow{س} + ٧\overrightarrow{ص})$

∴ $ش = -٥ - ٤٩ = -٥٤$ وحدة شغل (٢)

من (١) ، (٢) ∴ مجموع الشغلين يساوى الشغل المبذول خلال الإزاحة المحصلة

مثـــال:

إذا كان متجه موضع جسيم يعطى كدالة فى الزمن بالعلاقة $\overrightarrow{ر}(ن) = (ن+٤)\overrightarrow{س} + (ن^2+٣)\overrightarrow{ص}$ حيث $\overrightarrow{س}$،$\overrightarrow{ص}$ متجها الوحدة الأساسية. أثرت على الجسيم قوة $\overrightarrow{ق} = ٣\overrightarrow{س} + ٢\overrightarrow{ص}$ احسب الشغل المبذول من القوة من $ن = ١$ إلى $ن = ٣$.

الحـــل:

∵ $\overrightarrow{ر}(ن) = (ن+٤)\overrightarrow{س} + (ن^2+٣)\overrightarrow{ص}$ ∴ $\overrightarrow{ر}(٠) = ٤\overrightarrow{س} + ٣\overrightarrow{ص}$

∵ $\overrightarrow{ف}(ن) = \overrightarrow{ر}(ن) - \overrightarrow{ر}(٠)$ ∴ $\overrightarrow{ف}(ن) = ن\overrightarrow{س} + ن^2\overrightarrow{ص}$

∴ الإزاحة الحادثة من $ن = ١$ إلى $ن = ٣$ هى: $\overrightarrow{ف} = \overrightarrow{ف_3} - \overrightarrow{ف_1}$

∴ $\overrightarrow{ف} = (٣\overrightarrow{س} + ٩\overrightarrow{ص}) - (\overrightarrow{س} + \overrightarrow{ص}) = ٢\overrightarrow{س} + ٨\overrightarrow{ص}$

∴ $ش = \overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف} = (٣\overrightarrow{س} + ٢\overrightarrow{ص}) \bullet (٢\overrightarrow{س} + ٨\overrightarrow{ص}) = ٦ + ١٦ = ٢٢$ وحدة شغل

وحدة قياس الشغل:

∵ الشغل = القوة × الإزاحة ∴ وحدة الشغل = وحدة قوة × وحدة إزاحة

أولا: الوحدات المطلقة: (جول ، إرج)

الجول: هو مقدار الشغل الذى تبذله قوة مقدارها نيوتن واحد فى تحريك جسم ما مسافة متر واحد

الإرج: هو مقدار الشغل الذى تبذله قوة مقدارها داين واحد فى تحريك جسم ما مسافة سنتيمتر واحد

الجول = نيوتن.متر	الإرج = داين.سم

ثانيا: الوحدات التثاقلية: (ث كجم .متر)

ث.كجم متر: هو مقدار الشغل الذى تبذله قوة مقدارها ١ ث.كجم فى تحريك جسم ما مسافة متر واحد

ث.كجم.متر = ٩,٨ جول	الجول = 10^{7} إرج

ملاحظات هامة:

١) الشغل كمية قياسية وليست متجهه وبالتالى فإن الشغل يمكن أن يكون موجب أو سالب أو صفر

٢) الزاوية بين متجهى القوة والإزاحة يجب أن تقاس عندما يكون المتجهان خارجان من (أو داخلان إلى) نفس النقطة.

٣) الشغل المبذول بواسطة القوة يجب أن يكون معرفا بين موضعين أحدهما إبتدائى والآخر نهائى.

٤) قيمة الشغل المبذول بواسطة قوة لاتتوقف على مسار الجسم أثناء انتقاله من الموضع الإبتدائى إلى الموضع النهائى بل يتوقف فقط على الإزاحة بين هذين الموضعين.

٥) إذا تحرك جسم من موضع ما ثم عاد إلى نفس هذا الموضع فإن الشغل المبذول خلال المسار يساوى صفر.

٦) إذا حدثت للجسم إزاحتان متتاليتان تحت تأثير قوة فإن الشغل المبذول خلال الإزاحة المحصلة يساوى مجموع الشغلين المبذولين خلال كل منهما.

٧) إذا تحرك جسم كتلته ك على مستو يميل على الأفقى بزاوية هـ فإن الشغل المبذول من قوة الوزن يساوى ك ء جا هـ فى حالة الحركة لأعلى ويساوى − ك ء جا هـ فى حالة الحركة لأعلى.

مثـــال:

سيارة كتلتها ٦ طن تصعد منحدرا يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{٩٨}$ ضد مقاومات تعادل ١٠ ث.كجم لكل طن من الكتلة فاكتسبت سرعة ٥٤ كم/س خلال ٣٠ ثانية،فإذا بدأت السيارة حركتها من السكون فاحسب بالجول مقدار الشغل المبذول من:

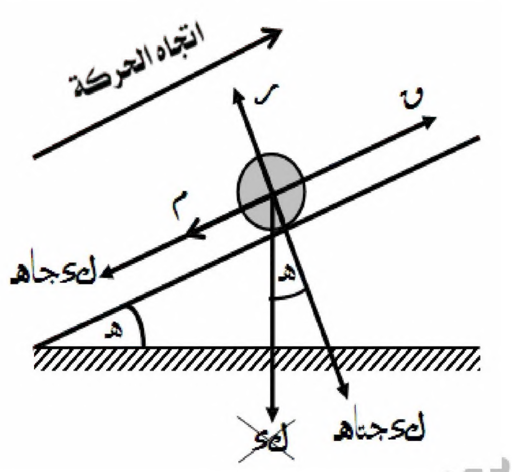
أولا: قوة محرك السيارة ثانيا: قوة المقاومة ثالثا: وزن السيارة

الحـــل:

ك = ٦ طن = ٦٠٠٠ كجم والمقاومة لكل طن = ١٠ ث.كجم

∴ المقاومة الكلية م = ١٠ × ٦ = ٦٠ ث.كجم

ع. = ٠ ، ع = ٥٤ × $\frac{٥}{١٨}$ = ١٥ م/ث ، ن = ٣٠ ث



∵ ع = ع. + جن

∴ ١٥ = ٠ + جـ × ٣٠ ∴ جـ = $\frac{١٥}{٣٠}$ = $\frac{١}{٢}$ م/ث^{٢}

∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ جن^{٢}

∴ ف = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ × ٣٠^{٢} = ٢٢٥ م

معادلة حركة السيارة:

ق − م − ك جاهـ = ك جـ

∴ ق − ٦٠ × ٩,٨ − ٦٠٠٠ × ٩,٨ × $\frac{١}{٩٨}$ = ٦٠٠٠ × $\frac{١}{٢}$

∴ ق = ٥٨٨ + ٦٠٠ + ٣٠٠٠ = ٤١٨٨ نيوتن

أولا: الشغل المبذول من قوة محرك السيارة

∴ ش = ق ف = ٤١٨٨ × ٢٢٥ = ٩٤٢٣٠٠ جول

ثانيا: الشغل المبذول من قوة المقاومة

∴ ش = −م ف = −٦٠ × ٩,٨ × ٢٢٥ = −١٣٢٣٠٠ جول

ثالثا: الشغل المبذول من وزن السيارة

∴ ش = ك جاهـ ف = ٦٠٠٠ × ٩,٨ × $\frac{١}{٩٨}$ × ٢٢٥ = ١٣٥٠٠٠ جول

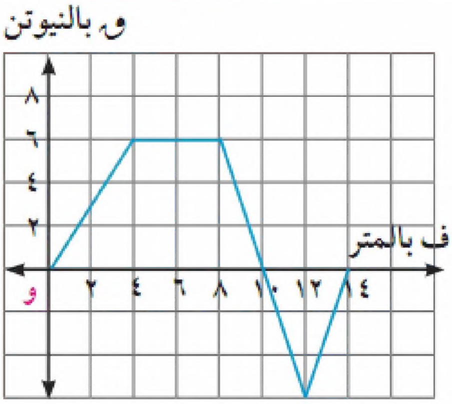
ثانيا: الشغل المبذول من قوة متغيرة:

إذا كانت القوة متغيرة فإن الشغل المبذول من القوة ق لتحريك الجسم من أزاحة أ إلى أزاحة ب يعطى بالتكامل الآتى:

ش = $\int_{أ}^{ب}$ ق$_{ى}$ دف = المساحة تحت منحنى القوة ـ الإزاحة

حيث ق$_{ى}$ = ق جتاθ مركبة القوة فى إتجاه الإزاحة

مثــــال:



الشكل المقابل يوضح تأثير قوة متغيرة على جسم

احسب الشغل الكلى المبذول بهذه القوة فى الحالات الآتية:

أولا: من ف = ٠ إلى ف = ١٠

ثانيا: من ف = ٨ إلى ف = ١٤

الحــــل:

أولا: $ش_١ = \int_{٠}^{١٠} ق \, ءف$ = المساحة تحت المنحنى من ف = ٠ إلى ف = ١٠

= مساحة شبه المنحرف $= \frac{١}{٢}(٤ + ١٠) \times ٦ = ٤٢$ جول

أولا: $ش_٢ = \int_{٨}^{١٤} ق \, ءف = \int_{٨}^{١٠} ق \, ءف - \int_{١٠}^{١٤} ق \, ءف$

= (المساحة تحت المنحنى من ف=٨ إلى ف=١٠) − (المساحة تحت المنحنى من ف=١٠ إلى ف=١٤)

$= \frac{١}{٢} \times ٢ \times ٦ - \frac{١}{٢} \times ٤ \times ٦ = ٦ - ١٢ = -٦$ جول

مثــــال:

أثرت قوة متغيرة ق (مقاسة بالداين) على جسيم حيث ق تعطى بالعلاقة:

ق $= ٤ف^٣ - ٢ف + ١$ أوجد الشغل المبذول بهذه القوة فى الفترة من ف = ٠ إلى ف = ٤سم

الحــــل:

$\because ق = ٤ف^٣ - ٢ف + ١$ ، $ش = \int_{أ}^{ب} ق \, ءف$

$\therefore ش = \int_{٠}^{٤} (٤ف^٣ - ٢ف + ١) ءف = \left[ف^٤ - ف^٢ + ف\right]_{٠}^{٤}$

$\therefore ش = ٤^٤ - ٤^٢ + ٤ - ٠ = ٢٤٤$ ارج

مثــــال:

عامل بناء كتلته ٧٠ كجم يحمل على كتفة كمية من الطوب صاعدا أعلى سلم إرتفاع قمته عن سطح الأرض ١٢ متر فإذا بذل شغلا قدره ١١٧٦٠ جول حتى بلوغه قمة السلم أوجد كتلة الطوب.

الحــــل:

بفرض أن كتلة الرجل $ك_1$ ، كتلة الطوب $ك_2$ كجم

∵ وزن الرجل والطوب $= (ك_1 + ك_2)$ ء نيوتن

∵ الرجل يصعد لأعلى ∴ الشغل المبذول من الوزن سالب

∴ الشغل المبذول من الرجل ضد الوزن يكون موجب

∴ ش $= (ك_1 + ك_2)$ ء × ف

لاحظ أن:
الشغل المبذول ضد الوزن يساوى سالب الشغل المبذول من الوزن

$$\therefore ١١٧٦٠ = (٧٠ + ك_2) \times ٩{,}٨ \times ١٢ \quad \therefore ٧٠ + ك_2 = \frac{١١٧٦٠}{٩{,}٨ \times ١٢} = ١٠٠$$

$$\therefore ك_2 = ١٠٠ - ٧٠ = ٣٠ \qquad \therefore \text{كتلة الطوب} = ٣٠ \text{ كجم}$$

مثـــال:

احسب بالجول مقدار الشغل اللازم بذله لرفع ٥ متر مكعب من الماء لإرتفاع ١٠ أمتار

الحـــل:

∵ الشغل المبذول ضد الوزن ∴ ش = و ف حيث و وزن ٥ متر مكعب من الماء ، ف = ١٠ متر

∵ كثافة الماء = ١ جم/سم^3 = ١ كجم/لتر ، المتر المكعب من الماء = ١٠٠٠ لتر

∴ وزن الماء و = ٥ × ١٠٠٠ × ٩,٨ نيوتن

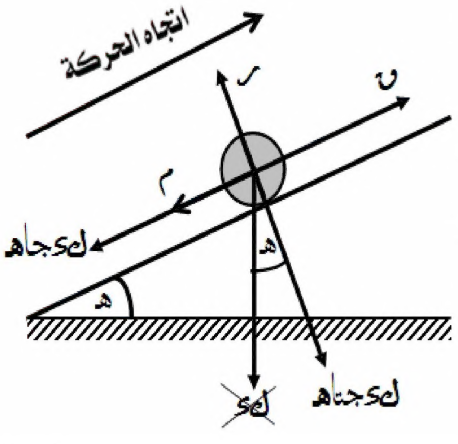
∴ الشغل اللازم بذله لرفع الماء ش = ٥ × ١٠٠٠ × ٩,٨ × ١٠ = ٤٩٠٠٠٠ جول

مثـــال:

قطار كتلته ٢٠٠ طن يصعد منحدرا يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠٠}$ بسرعة ثابتة فإذا كان الشغل المبذول من الآت القطار ١٥ × ١٠^5 ث.كجم.متر حتى وصل أعلى المنحدر والشغل المبذول ضد المقاومات ٥ × ١٠^5 ث.كجم.متر أوجد:

أولا: طول المنحدر ثانيا: المقاومة لكل طن من كتلة القطار

الحـــل:



نفرض طول المنحدر = ل متر

∵ السرعة ثابتة ∴ ق = م + ك ء جا هـ

$$\therefore ق = م + ٢٠٠ \times ١٠^3 \times ٩{,}٨ \times \frac{١}{١٠٠}$$

∴ ق = م + ١٩٦٠٠ نيوتن

∵ الشغل المبذول من الآت القطار = ١٥×١٠^{٥} ث.كجم.متر

$\therefore (\text{م} + ١٩٦٠٠)\,\text{ل} = ١٥ \times ١٠^{٥} \times ٩,٨$

$\therefore \text{م ل} + ١٩٦٠٠\,\text{ل} = ١٥ \times ١٠^{٥} \times ٩,٨ \quad (١)$

∵ الشغل المبذول ضد المقاومات = ٥×١٠^{٥} ث.كجم.متر

$\therefore \text{م ل} = ٥ \times ١٠^{٥} \times ٩,٨ \quad (٢)$ بالتعويض من (٢) فى (١)

$\therefore ٥ \times ١٠^{٥} \times ٩,٨ + ١٩٦٠٠\,\text{ل} = ١٥ \times ١٠^{٥} \times ٩,٨$

$\therefore ١٩٦٠٠\,\text{ل} = ١٥ \times ١٠^{٥} \times ٩,٨ - ٥ \times ١٠^{٥} \times ٩,٨$

أولا: طول المنحدر $\text{ل} = \dfrac{١٠ \times ١٠^{٥} \times ٩,٨}{١٩٦٠٠} = ٥٠٠$ متر

$\because \text{م ل} = ٥ \times ١٠^{٥} \times ٩,٨ \qquad \therefore \text{م} \times ٥٠٠ = ٥ \times ١٠^{٥} \times ٩,٨$

$\therefore \text{م} = \dfrac{٥ \times ١٠^{٥} \times ٩,٨}{٥٠٠} = ٩٨٠٠$ نيوتن $= \dfrac{٩٨٠٠}{٩,٨} = ١٠٠٠$ ث.كجم

ثانيا: المقاومة لكل طن من كتلة القطار = $\dfrac{١٠٠٠}{٢٠٠} = ٥$ ث.كجم

٤ - ٢ طاقة الحركة

طاقة الحركة:

طاقة حركة جسم هى الطاقة التى يكتسبها الجسم نتيجة لسرعته وتقدر عند لحظة ما بنصف حاصل ضرب كتلة الجسم فى مربع سرعته عند هذه اللحظة ويرمز لها بالرمز ط

فإذا كانت ك كتلة الجسم ، ع القياس الجبرى لمتجه السرعة فإن:

$$ط = \frac{1}{2} ك \, \| \overleftarrow{ع} \|^{2} = \frac{1}{2} ك ع^{2}$$

وبما أن $\| \overleftarrow{ع} \|^{2} = \overleftarrow{ع} \bullet \overleftarrow{ع}$ فإنه يمكن التعبير عن طاقة الحركة كالآتى:

$$ط = \frac{1}{2} ك \left(\overleftarrow{ع} \bullet \overleftarrow{ع} \right)$$

ويتضح من التعريف أن:

١) طاقة الحركة هى كمية قياسة غير سالبة وتنعدم فقط عندما ينعدم متجه السرعة

٢) طاقة الحركة كمية لحظية تتغير من لحظة لأخرى تبعا لتغير السرعة

وحدات قياس طاقة الحركة:

وحدات قياس طاقة الحركة هى نفس وحدات قياس الشغل أى جول أو أرج

وذلك لأن:

وحدة قياس طاقة الحركة = وحدة كتلة × وحدة سرعة × وحدة سرعة

فإذا كانت الكتلة بالـ كجم والسرعة بالـ م/ث فإن:

وحدة قياس طاقة الحركة = كجم × م/ث × م/ث = كجم.م/ث^{2} × م = نيوتن.متر = جول

وإذا كانت الكتلة بالـ جم والسرعة بالـ سم/ث فإن:

وحدة قياس طاقة الحركة = جم × سم/ث × سم/ث = جم.سم/ث^{2} × سم = داين.سم = ارج

مثال:

يتحرك جسم كتلته ٢٠٠ جم بسرعة $\overleftarrow{ع} = ٦٠ \overleftarrow{س} - ٨٠ \overleftarrow{ص}$ حيث $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ متجها وحدة متعامدين ومقدار السرعة مقاس بوحدة سم/ث احسب طاقة حركة هذا الجسم:

اولا: بالإرج ثانيا: بالجول

الحل:

$\because ط = \frac{1}{2} ك \left(\overleftarrow{ع} \bullet \overleftarrow{ع} \right)$ $\quad \therefore ط = \frac{1}{2} \times ٢٠٠ \left(٦٠ \overleftarrow{س} - ٨٠ \overleftarrow{ص} \right) \bullet \left(٦٠ \overleftarrow{س} - ٨٠ \overleftarrow{ص} \right)$

$\therefore$ ط $= ١٠٠ (٣٦٠٠ + ٦٤٠٠) = ١٠^٦$ إرج المطلوب أولا

$\therefore$ ط $= \frac{١٠^٦}{١٠^٧} = ٠,١$ جول المطلوب ثانيا

مثـــال:

سقط جسم كتلته ٥٠٠ جم رأسيا لأسفل من إرتفاع ٧٨,٤ متر عن سطح الأرض ، أوجد:
اولا: طاقة حركة الجسم بعد ٢ ث من سقوطه
ثانيا: طاقة حركة الجسم لحظة ملامسته لسطح الأرض

الحـــل:

اولا: طاقة حركة الجسم بعد ٢ ث من سقوطه

$ع_٠ = ٠$ ، $ن = ٢$ ث ، $ء = ٩,٨$ م/ث^٢

$\because ع = ع_٠ + ءن$ $\therefore ع = ٠ + ٩,٨ \times ٢ = ١٩,٦$ م

$\because ك = ٥٠٠$ جم $= \frac{١}{٢}$ كجم ، ط $= \frac{١}{٢}ك ع^٢$

$\therefore$ ط $= \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times (١٩,٦)^٢ = ٩٦,٠٤$ جول

ثانيا: طاقة حركة الجسم لحظة ملامسته لسطح الأرض

$ع_٠ = ٠$ ، ف $= ٧٨,٤$ م ، $ء = ٩,٨$ م/ث^٢

$\because ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢ءف$ $\therefore ع = \sqrt{٠ + ٢ \times ٩,٨ \times ٧٨,٤} = ٣٩,٢$ م

$\because ك = ٥٠٠$ جم $= \frac{١}{٢}$ كجم ، ط $= \frac{١}{٢}ك ع^٢$

$\therefore$ ط $= \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times (٣٩,٢)^٢ = ٣٨٤,١٦$ جول

مثـــال:

سيارة كتلتها ١ طن تصعد منحدرا يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{٢٠}$ أبطل محركها ووقفت بعد أن قطعت مسافة ٢٠ مترا من لحظة إبطال المحرك فإذا كانت مقاومة المنحدر $\frac{١}{٥}$ وزن السيارة إحسب طاقة حركة السيارة قبل إبطال المحرك بوحدة الجول.

الحـــل:

$ك = ١$ طن $= ١٠٠٠$ كجم ، $م = \frac{١}{٥} ك ء = \frac{١}{٥} \times ١٠٠٠ \times ٩,٨ = ١٩٦٠$ نيوتن

معادلة حركة السيارة هى

$-م - ك ء جا هـ = ك جـ \qquad \therefore -١٩٦٠ - ١٠٠٠ \times ٩,٨ \times \frac{١}{٢٠} = ١٠٠٠ جـ$

$\therefore جـ = \frac{-١٩٦٠ - ٤٩٠}{١٠٠٠} = -٢,٤٥$ م/ث^٢

حساب سرعة السيارة قبل إبطال المحرك:

$ع = ٠$ ، $ف = ٢٠$ متر ، $جـ = -٢,٤٥$ م/ث^٢

$\because ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢ء ف \qquad \therefore ٠ = ع_٠^٢ - ٢ \times ٢,٤٥ \times ٢٠$

$\therefore ع_٠ = \sqrt{٢ \times ٢,٤٥ \times ٢٠} = ٧\sqrt{٢}$ م/ث

$\because ط = \frac{١}{٢} ك ع^٢ \qquad \therefore ط = \frac{١}{٢} \times ١٠٠٠٠ \times (٧\sqrt{٢})^٢ = ٤٩٠٠٠٠$ جول

مبدأ الشغل والطاقة:

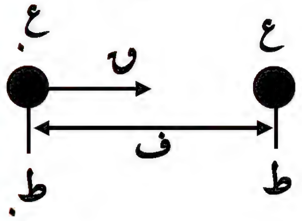
مبدأ الشغل والطاقة ينص على:

التغير فى طاقة حركة الجسم عند إنتقاله من موضع إبتدائى إلى موضع نهائى يساوى الشغل المبذول بواسطة القوى المؤثرة عليه خلال الإزاحة بين هذين الموضعين

اى أن $\boxed{ط - ط_٠ = ش}$

الإثبات:

١) إذا كانت $ق$ ثابتة



باعتبار جسم كتلته ك تحرك مسافة ف تحت تأثير محصلة القوى $ق$

فتغيرت سرعته من $ع_٠$ إلى $ع$ فيكون الشغل المبذول هو:

$ش = ق ف \quad (١)$

$\because ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢جـ ف \qquad \therefore ع^٢ - ع_٠^٢ = ٢جـ ف$ بضرب الطرفين فى $\frac{١}{٢}$ ك

$\therefore \frac{١}{٢} ك(ع^٢ - ع_٠^٢) = \frac{١}{٢} ك \times ٢جـ ف \qquad \therefore \frac{١}{٢} ك ع^٢ - \frac{١}{٢} ك ع_٠^٢ = ك جـ ف$ ، $\because ك جـ = ق$

$\therefore ط - ط_٠ = ق ف \quad (٢)$ من (١) ، (٢)

$\therefore ط - ط_٠ = ش \qquad \therefore$ التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول

٢) إذا كانت $ق$ متغيرة

$\because ط = \frac{١}{٢} ك ع^٢ \qquad \therefore \frac{ءط}{ءن} = \frac{ء}{ءن}(\frac{١}{٢} ك ع^٢)$

$\therefore \frac{\text{د ط}}{\text{د ن}} = \frac{1}{2} \text{ك} \times 2\text{ع} \frac{\text{د ع}}{\text{د ن}}$ $\quad$ $\therefore \frac{\text{د ط}}{\text{د ن}} = \text{ك جـ ع}$ $\quad$ $\therefore \frac{\text{د ط}}{\text{د ن}} = \text{ق} \frac{\text{د ف}}{\text{د ن}}$

$\therefore \int_{\text{ط}_{.}}^{\text{ط}} \text{د ط} = \int_{\text{ف}_{.}}^{\text{ف}} \text{ق د ف}$ ، $\because \text{ش} = \int_{\text{ف}_{.}}^{\text{ف}} \text{ق د ف}$

$\therefore \text{ط} - \text{ط}_{.} = \text{ش}$ $\quad$ $\therefore$ التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول

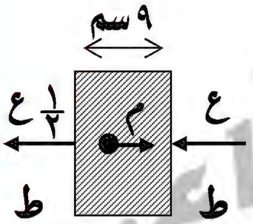
ملاحظة هامة:

عند تطبيق مبدأ الشغل والطاقة يكون الشغل هو الشغل الكلى المبذول ويجب أن تكون وحدات الطاقة هى نفس وحدات الشغل.

مثـــال:

أطلقت رصاصة على هدف سمكه ٩ سم وخرجت من جانبه الآخر بنصف سرعتها التى دخلت بها.فماهو أقل سمك لازم لهدف من نفس المادة حتى لاتخرج منه الرصاصة لو أطلقت عليه بنفس سرعتها السابقة.

الحـــل:



بفرض كتلة الرصاصة ك ، سرعة دخولها الهدف ع ، سرعة خروجها من الهدف $\frac{1}{2}$ ع

$\because$ التغير فى طاقة الحركة = الشغل الكلى المبذول

$\therefore \frac{1}{2}\text{ك}(\frac{1}{2}\text{ع})^2 - \frac{1}{2}\text{ك ع}^2 = -\text{م} \times 0{,}09$

$\therefore \frac{1}{8}\text{ك ع}^2 - \frac{1}{2}\text{ك ع}^2 = -0{,}09\text{م}$ $\quad$ $\therefore \frac{-3}{8}\text{ك ع}^2 = -0{,}09\text{م}$ $\quad$ $\therefore \text{م} = \frac{25}{6}\text{ك ع}^2$ $\quad$ (١)

بفرض أن سمك الهدف الثانى ل ، $\because$ الرصاصة لن تخرج من الهدف الثانى $\therefore$ ط = ٠

$\because$ التغير فى طاقة الحركة = الشغل الكلى المبذول

$\therefore 0 - \frac{1}{2}\text{ك ع}^2 = -\text{م} \times \text{ل}$ $\quad$ بالتعويض من (١) $\quad$ $\therefore \frac{1}{2}\text{ك ع}^2 = \frac{25}{6}\text{ك ع}^2 \times \text{ل}$

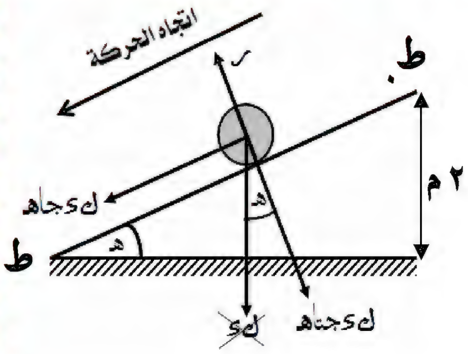
$\therefore \text{ل} = \frac{1}{2} \times \frac{6}{25} = 0{,}12$ متر $\quad$ $\therefore$ أقل سمك للهدف الثانى = ١٢ سم

مثـــال:

قذف جسم كتلته ٢ كجم بسرعة ٣ متر/ث إلى أسفل على خط أكبر ميل لمستوى أملس طوله ١٠ أمتار وإرتفاعه ٢ متر أوجد طاقة حركة هذا الجسم عند وصوله إلى قاعدة المستوى.

الحـــل:

ك = ٢ كجم ، $\text{ع}_{.} = 3$ م/ث ، جاهـ $= \frac{2}{10}$



$\therefore$ $ط_{.} = \frac{١}{٢} ك ع_{.}^{٢} = \frac{١}{٢} \times ٢ \times ٣^{٢} = ٩$ جول

، $ش = ك د جاهـ \times ل = ٢ \times ٩,٨ \times \frac{٢}{١٠} \times ١٠ = ٣٩,٢$ جول

$\because$ $ط - ط_{.} = ش$ $\quad\therefore$ $ط - ٩ = ٣٩,٢$

$\therefore$ $ط = ٣٩,٢ + ٩ = ٤٨,٢$ جول

حل أخر:

$\because$ المستوى أملس $\quad\therefore$ $جـ = د جاهـ = ٩,٨ \times \frac{٢}{١٠} = ١,٩٦$ م/ث^{٢}

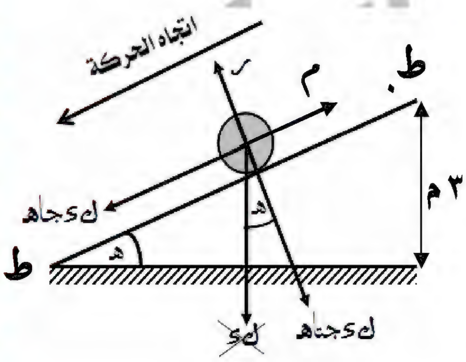
$\because$ $ع^{٢} = ع_{.}^{٢} + ٢جـ ف$ $\quad\therefore$ $ع^{٢} = ٣^{٢} + ٢ \times ١,٩٦ \times ١٠ = ٤٨,٢$

$\because$ $ط = \frac{١}{٢} ك ع^{٢}$ $\quad\therefore$ $ط = \frac{١}{٢} \times ٢ \times ٤٨,٢ = ٤٨,٢$ جول

مثال:

وضع جسم كتلته ٢٠٠ جم عند قمة مستوى مائل إرتفاعه ٣ أمتار احسب السرعة التى يصل بها الجسم إلى قاعدة المستوى علما بان مقدار الشغل الذى بذلته قوة مقاومة المستوى للحركة ٤,٤٨ جول.

الحل:



نفرض طول المستوى ل متر $\quad\therefore$ $جاهـ = \frac{٣}{ل}$

$\because$ الشغل المبذول من المقاومة = ٤,٤٨ جول

$\because$ الجسم وضع عند قمة المستوى $ع_{.} = ٠$

$\because$ التغير فى طاقة الحركة = الشغل الكلى المبذول

$\therefore$ $\frac{١}{٢} ك ع^{٢} - \frac{١}{٢} ك ع_{.}^{٢} = (ك د جاهـ - م) \times ل$

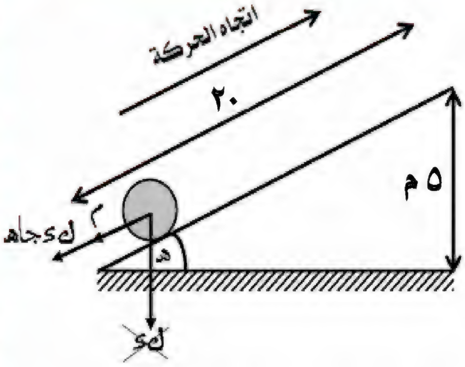
$\therefore$ $\frac{١}{٢} \times ٠,٢ \times ع^{٢} - ٠ = ٠,٢ \times ٩,٨ \times \frac{٣}{\cancel{ل}} \times \cancel{ل} - م ل$ $\quad$ بالتعويض عن $م ل = ٤,٤٨$

$\therefore$ $٠,١ \times ع^{٢} = ٥,٨٨ - ٤,٤٨ = ١,٤$ $\quad\therefore$ $ع^{٢} = ١٤$ $\quad\therefore$ $ع = \sqrt{١٤} \simeq ٣,٧٤$ م/ث

مثال:

مستوى مائل خشن طوله ٢٠ مترا وارتفاعه ٥ أمتار. أوجد أصغر سرعة يقذف بها جسم من أسفل نقطة فى المستوى المائل وفى إتجاه خط أكبر ميل فيه لكى يصل بالكاد إلى أعلى نقطة فيه، علما بأن الجسم يلاقى مقاومات تعادل $\frac{١}{٤}$ وزنه.

الحـــل:



جاهـ $= \frac{٥}{٢٠} = \frac{١}{٤}$

، $م = \frac{١}{٤} و = \frac{١}{٤} ك ء$ حيث ك كتلة الجسم

نفرض أن سرعة التى يقذف بها الجسم هى $ع_{.}$

$\therefore$ طاقة الحركة الأبتدائية $ط_{.} = \frac{١}{٢} ك ع_{.}^{٢}$

$\because$ الجسم يصل بالكاد إلى أعلى نقطة فى المستوى تعنى أن الجسم يسكن لحظيا فى نهاية المستوى

$\therefore$ طاقة الحركة النهائية $ط = \frac{١}{٢} ك ع^{٢} = ٠$ ، $\because$ التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول

$\therefore ط - ط_{.} = ش \qquad \therefore \frac{١}{٢} ك ع^{٢} - \frac{١}{٢} ك ع_{.}^{٢} = -(ك ء \text{جاهـ} + م) \times ل$

$\therefore ٠ - \frac{١}{٢} ك ع_{.}^{٢} = -(ك ء \text{جاهـ} + \frac{١}{٤} ك ء) \times ل$ بالقسمة على ك

$\therefore \frac{١}{٢} ع_{.}^{٢} = (ء \text{جاهـ} + \frac{١}{٤} ء) \times ل \qquad \therefore \frac{١}{٢} ع_{.}^{٢} = (٩,٨ \times \frac{٥}{٢٠} + \frac{١}{٤} \times ٩,٨) \times ٢٠ = ٩٨$

$\therefore \frac{١}{٢} ع_{.}^{٢} = ٩٨ \qquad \therefore ع_{.}^{٢} = ١٩٦ \qquad \therefore ع_{.} = \sqrt{١٩٦} = ١٤$ م/ث

أى أن اصغر سرعة يقذف بها الجسم حتى يصل بالكاد الى قمة المستوى = ١٤ م/ث

مثــــال:

يتحـرك جسـم كتلتـه ٢ كجـم تحـت تـأثير القـوى $\overrightarrow{ق_{١}} = \overrightarrow{س} + ٢\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_{٢}} = ٢\overrightarrow{س} + \overrightarrow{ص}$

، $\overrightarrow{ق_{٣}} = ٣\overrightarrow{س} + ٥\overrightarrow{ص}$ كل منها مقدرة بالنيوتن حيث $\overrightarrow{س}$ ، $\overrightarrow{ص}$ متجه وحدة متعامدين فإذا كان

متجه الإزاحة كدالة فى الزمن يعطى بالعلاقة $\overrightarrow{ف} = أن^{٢}\overrightarrow{س} - ب(ن^{٢} - ن)\overrightarrow{ص}$ ومعيـار الإزاحـة بالمتر أوجد:

اولا: قيمة كل من الثابتين أ ، ب .

ثانيا: الشغل المبذول من هذه القوى بعد ٢ ثانية من بدء الحركة.

ثالثا: طاقة الحركة فى نهاية زمن قدره ٢ ثانية.

الحـــل:

$\because \overrightarrow{ق} = \overrightarrow{ق_{١}} + \overrightarrow{ق_{٢}} + \overrightarrow{ق_{٣}}$

$\therefore \overrightarrow{ق} = \overrightarrow{س} + ٢\overrightarrow{ص} + ٢\overrightarrow{س} + \overrightarrow{ص} + ٣\overrightarrow{س} + ٥\overrightarrow{ص} = ٦\overrightarrow{س} + ٨\overrightarrow{ص}$

$\because \vec{ف} = أن^{2}\vec{س} - ب(ن^{2} - ن)\vec{ص}$

$\therefore \vec{ع} = \frac{د\vec{ف}}{دن} = ٢أن\vec{س} - ب(٢ن - ١)\vec{ص}$ ، $\therefore \vec{ج} = \frac{د\vec{ع}}{دن} = ٢أ\vec{س} - ٢ب\vec{ص}$

أولا: قيمة الثابتين أ، ب

$\because ك\vec{ج} = \vec{ق} \quad \therefore ٢(٢أ\vec{س} - ٢ب\vec{ص}) = ٦\vec{س} + ٨\vec{ص}$

$\therefore ٤أ = ٦ \quad \boxed{\therefore أ = \frac{٣}{٢}}$ ، $-٤ب = ٨ \quad \boxed{\therefore ب = -٢}$

ثانيا: الشغل المبذول بعد ٢ ثانية

$\because \vec{ف} = \frac{٣}{٢}ن^{2}\vec{س} + ٢(ن^{2} - ن)\vec{ص}$

عند $ن = ٢ \quad \therefore \vec{ف} = \frac{٣}{٢} \times ٢^{2}\vec{س} + ٢(٢^{2} - ٢)\vec{ص} = ٦\vec{س} + ٤\vec{ص}$

$\therefore ش = \vec{ق} \bullet \vec{ف} = (٦\vec{س} + ٨\vec{ص}) \bullet (٦\vec{س} + ٤\vec{ص}) = ٣٦ + ٣٢ = ٦٨$ جول

ثالثا: طاقة الحركة فى نهاية زمن قدره ٢ ثانية

$\because \vec{ع} = ٣ن\vec{س} + ٢(٢ن - ١)\vec{ص}$

عند $ن = ٢ \quad \vec{ع} = ٣ \times ٢\vec{س} + ٢(٢ \times ٢ - ١)\vec{ص} = ٦\vec{س} + ٦\vec{ص}$

$\therefore \|\vec{ع}\| = \sqrt{٦^{2} + ٦^{2}} = ٦\sqrt{٢}$

$\therefore$ طاقة الحركة $= \frac{١}{٢}ك ع^{2} = \frac{١}{٢} \times ٢ \times (٦\sqrt{٢})^{2} = ٧٢$ جول

حل آخر:

$\because \vec{ع} = ٣ن\vec{س} + ٢(٢ن - ١)\vec{ص} \quad \therefore \vec{ع}_{.} = -٢\vec{ص} \quad \therefore \|\vec{ع}_{.}\| = ٢$

$\because$ التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول $\quad \therefore ط - ط_{.} = ش$

$\therefore ط = ش + ط_{.} = ٦٨ + \frac{١}{٢} \times ٢ \times ٢^{2} = ٧٢$ جول

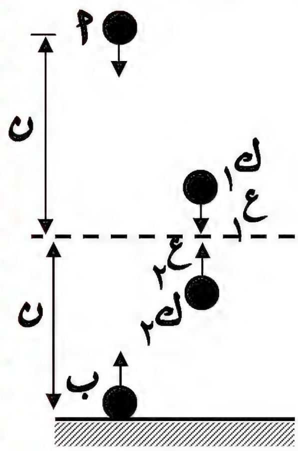
مثـــال:

سقط جسم (أ) كتلته ١,٨ كجم من السكون من إرتفاع ما عن سطح الأرض، وفى نفس اللحظة قذف جسم (ب) كتلته ١,١٤ كجم رأسيا من سطح الأرض لأعلى بسرعة ٤٩ م/ث ليصطدم بالجسم (أ) ويكونا معاجسما واحدا ، فإذا علم ان سرعة الجسم (أ) قبل التصادم مباشرة ٢٨ م/ث أوجد:

اولا: السرعة المشتركة للجسمين بعد التصادم .

ثانيا: طاقة الحركة المفقودة بالتصادم.

ثالثا: الدفع الواقع على الجسم (أ).



الحــــل:

الجسمان يصطدما بعد زمن ن ثانية من بدء حركتهما

الجسم (أ) : $ع_{\circ} = ٠$ ، $ع = ٢٨$ م/ث ، $د = ٩,٨$ م/ث^{٢}

$\because ع = ع_{\circ} + د\,ن \quad \therefore ٢٨ = ٠ + ٩,٨\,ن \quad \therefore ن = \frac{٢٨}{٩,٨} = \frac{٢٠}{٧}$ ث

الجسم (ب) : $ع_{\circ} = ٤٩$ ، $د = -٩,٨$ م/ث^{٢} ، $ن = \frac{٢٠}{٧}$ ث

$\because ع = ع_{\circ} + د\,ن \quad \therefore ع = ٤٩ - ٩,٨ \times \frac{٢٠}{٧} = ٢١$ م/ث وهى سرعة الجسم قبل التصادم

باعتبار الإتجاه الأسفل هو الإتجاه الموجب $ع_{١} = ٢٨$ م/ث ، $ع_{٢} = -٢١$ م/ث

اولا: السرعة المشتركة للجسمين بعد التصادم .

$\because$ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

$\therefore ك_{١}ع_{١} + ك_{٢}ع_{٢} = (ك_{١} + ك_{٢})\,ع \quad \therefore ١,٨ \times ٢٨ - ١,١٤ \times ٢١ = (١,٨ + ١,١٤)\,ع$

$\therefore ٢٦,٤٦ = ٢,٩٤\,ع \quad \therefore ع = \frac{٢٦,٤٦}{٢,٩٤} = ٩$ م/ث

أى أن السرعة المشتركة للجسمين ٩ م/ث فى الإتجاه لأسفل.

ثانيا: طاقة الحركة المفقودة بالتصادم.

$\because$ مجموع طاقتى الحركة قبل التصادم $= \frac{١}{٢} ك_{١}ع_{١}^{٢} + \frac{١}{٢} ك_{٢}ع_{٢}^{٢}$

$= \frac{١}{٢} \times ١,٨ \times (٢٨)^{٢} + \frac{١}{٢} \times ١,١٤ \times (٢١)^{٢} = ٩٦٥,٩٧$ جول

ومجموع طاقتى الحركة بعد التصادم $= \frac{١}{٢}(ك_{١} + ك_{٢})\,ع^{٢}$

$= \frac{١}{٢}(١,٨ + ١,١٤) \times ٩^{٢} = ١١٧,٠٧$ جول

$\therefore$ طاقة الحركة المفقودة بالتصادم $= ٩٦٥,٩٧ - ١١٧,٠٧ = ٨٣٧,٩$ جول

ثالثا: الدفع الواقع على الجسم (أ).

الدفع الواقع على الجسم أ = التغير فى كمية حركته

$= \frac{١}{٢} ك_{١}(ع_{٢} - ع_{١}) = \frac{١}{٢} \times ١,٨\,(٩ - ٢٨) = -٣٤,٢$ كجم.م/ث

الإشارة السالبة تعنى أن الدفع الواقع على الجسم (أ) فى الإتجاه لأعلى

٤ - ٣ طاقة الوضع

طاقة الوضع:

طاقة وضع الجسيم $ط_و$ عند لحظة ما هى الشغل المبذول بواسطة القوة المؤثرة على الجسيم لو أنها حركته من موضعه إلى موضع آخر ثابت على الخط المستقيم يسمى نقطة الصفر لطاقة الوضع.

ففى الشكل المجاور

إذا كانت القوة $\overrightarrow{ق}$ توازى $\overleftrightarrow{أب}$ وكانت (و) هى الموضع الثابت ، أ، ب موضعين مختلفين للجسم على هذا الخط نجد أن:

❶ طاقة الوضع عند أ هى: $ض_أ = \overrightarrow{ق} \cdot \overrightarrow{أو}$ ، طاقة الوضع عند ب هى: $ض_ب = \overrightarrow{ق} \cdot \overrightarrow{بو}$

لاحظ أن طاقة الوضع عند و = ٠ لأن $ض_و = \overrightarrow{ق} \cdot ٠ = ٠$ لذلك تسمى و نقطة الصفر لطاقة الوضع.

❷ إذا كان أ، ب هم الموضعين الإبتدائى والنهائى للجسم فإن:

$$ض_ب - ض_أ = \overrightarrow{ق} \cdot \overrightarrow{بو} - \overrightarrow{ق} \cdot \overrightarrow{أو} = \overrightarrow{ق} \cdot (\overrightarrow{بو} - \overrightarrow{أو}) = \overrightarrow{ق} \cdot \overrightarrow{بأ} = - \overrightarrow{ق} \cdot \overrightarrow{أب}$$

، $\because ش = \overrightarrow{ق} \cdot \overrightarrow{أب}$ $\quad \boxed{\therefore ض_ب - ض_أ = - ش}$

أى أن التغير فى طاقة الوضع عند إنتقاله من موضع ابتدائى إلى موضع نهائى يساوى سالب الشغل المبذول

مبدأ بقاء الطاقة:

إذا إنتقل جسم من موضع أ إلى موضع ب دون أن يلاقى أى مقاومة فإن:

مجموع طاقتى الحركة والوضع عند أ = مجموع طاقتى الحركة والوضع عند ب

$$\boxed{ط_أ + ض_أ = ط_ب + ض_ب}$$

وذلك لأنه من مبدأ الشغل والطاقة نجد أن: $ط_ب - ط_أ = ش$

ومن العلاقة السابقة نجد أن: $ض_ب - ض_أ = - ش$ وبالجمع

$\therefore ط_ب - ط_أ + ض_ب - ض_أ = ٠ \quad \Leftarrow \quad \therefore ط_أ + ض_أ = ط_ب + ض_ب$

∴ مجموع طاقتى الحركة والوضع يظل ثابتا أثناء الحركة

وحدات قياس طاقة الوضع:

وحدات قياس طاقة الوضع هى نفس وحدات قياس الشغل وطاقة الحركة أى جول أو أرج

مثال:

أثرت القوة $\overrightarrow{ق} = ٤\overrightarrow{س} + ٥\overrightarrow{ص}$ على جسم فحركته من الموضع أ إلى الموضع ب فى زمن ٢ ثانية ، وكان متجه الموضع للجسيم يعطى كدالة فى الزمن ن بالعلاقة $\overrightarrow{ر} = (٢ن^{٢} + ٣)\overrightarrow{س} + (٤ن + ١)\overrightarrow{ص}$.إحسب التغير فى طاقة وضع الجسيم حيث معيار ق بالنيوتن ، ومعيار ر بالمتر، ن بالثانية.

الحل:

$\because \overrightarrow{ر} = (٢ن^{٢} + ٣)\overrightarrow{س} + (٤ن + ١)\overrightarrow{ص} \quad \therefore \overrightarrow{ر_{٠}} = ٣\overrightarrow{س} + \overrightarrow{ص}$

$\because \overrightarrow{ف} = \overrightarrow{ر} - \overrightarrow{ر_{٠}} \quad \therefore \overrightarrow{ف} = ٢ن^{٢}\overrightarrow{س} + ٤ن\overrightarrow{ص}$

عندما $ن = ٢ \quad \therefore \overrightarrow{ف} = ٢ \times ٢^{٢}\overrightarrow{س} + ٤ \times ٢\overrightarrow{ص} = ٨\overrightarrow{س} + ٨\overrightarrow{ص}$

$\therefore ش = \overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف} = (٤\overrightarrow{س} + ٥\overrightarrow{ص}) \bullet (٨\overrightarrow{س} + ٨\overrightarrow{ص}) = ٣٢ + ٤٠ = ٧٢$ جول

$\because$ التغير فى طاقة الوضع يساوى سالب الشغل المبذول $\therefore$ التغير فى طاقة الوضع $= -٧٢$ جول

ملاحظات هامة

١ طاقة الوضع لجسم كتلته ك على إرتفاع ل من سطح الأرض = كدل

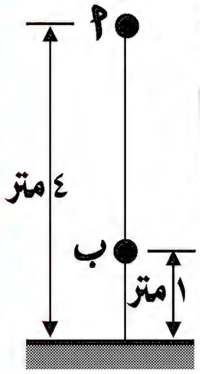
٢ طاقة الوضع لجسم كتلته ك يتحرك على خط أكبر ميل لمستوى أملس وعلى إرتفاع ل من سطح الأرض = كدل

أى أن طاقة الوضع للجسم = وزن الجسم × إرتفاع موضعه عن سطح الأرض

مثال:

سقط جسم كتلته ١٠٠ جم من إرتفاع ٤ متر عن سطح الأرض . أوجد مجموع طاقتى الحركة والوضع للجسم عند أى لحظة أثناء سقوطه، ثم أوجد طاقة حركته عندما يكون على إرتفاع متر واحد من سطح الأرض.

الحل:



الجسم عند أ على إرتفاع ٤ متر

$\therefore$ طاقة وضع الجسم عند أ = كدل $= ٠,٢ \times ٩,٨ \times ٤ = ٧,٨٤$ جول

وطاقة حركة الجسم عند أ = ٠ لأن الجسم ساكن

$\therefore ط_{أ} + ض_{أ} = ٧,٨٤$ جول

$\because$ مجموع طاقتى الحركة والوضع يظل ثابتا أثناء الحركة

$\therefore$ مجموع طاقتى الحركة والوضع للجسم عند أى لحظة أثناء سقوطه $= ٧,٨٤$ جول

الجسم عند ب على إرتفاع ١ متر

∴ طاقة وضع الجسم عند أ = ك د ل = ٠,٢ × ٩,٨ × ١ = ١,٩٦ جول

∵ مجموع طاقتى الحركة والوضع يظل ثابتا أثناء الحركة ∴ $ط_ب + ض_ب$ = ٧,٨٤ جول

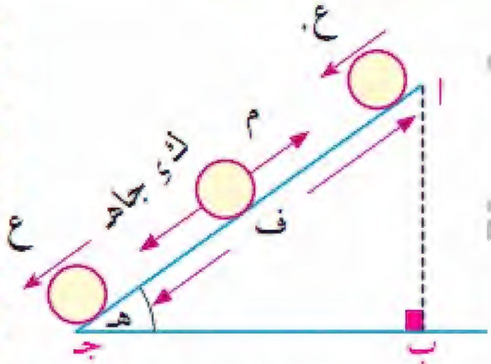
∴ $ط_ب$ + ١,٩٦ = ٧,٨٤ جول ∴ $ط_ب$ = ٧,٨٤ − ١,٩٦ = ٥,٨٨ جول

الحركة على مستوى خشن:

إذا هبط جسم على مستوى مائل خشن تحت تأثير وزنه فقط فإن:

التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة + الشغل المبذول ضد المقاومات

الإثبات:



بفرض أن الجسم تحرك من الموضع أ إلى الموضع جـ على مستوى مائل خشن تحت تأثير وزنه فقط وأن المسافة التى تحركها على المستوى ف

فتكون المسافة الرأسية بين الموضعين أب = ف جاهـ

من مبدأ الشغل والطاقة

∵ التغير فى طاقة الحركة من أ إلى جـ = الشغل الكلى المبذول

∴ $\frac{1}{2}$ ك(ع² − ع.²) = (ك د جاهـ − م) × ف

∴ $\frac{1}{2}$ ك(ع² − ع.²) = ك د جاهـ ف − م ف ∴ $\frac{1}{2}$ ك(ع² − ع.²) = ك د × أب − م ف

∴ ك د × أب = $\frac{1}{2}$ ك(ع² − ع.²) + م ف

∴ التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة + الشغل المبذول ضد المقاومات

ملاحظة هامة

يمكن تعميم القاعدة السابقة سواء كانت الحركة رأسيا أو على مستوى مائل كالآتى:

إذا سقط أو قذف جسم رأسيا فى وسط به مقاومة أو تحرك على مستوى مائل خشن فإن:

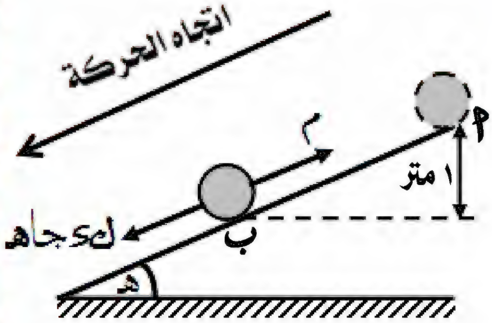
التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة + الشغل المبذول ضد المقاومات

مثـــال:

أ، ب نقطتان على خط أكبر ميل فى مستوى مائل خشن بحيث ب أسفل أ ،بدأ جسم كتلته ٥٠٠ جم الحركة من السكون من نقطة أ ،فإذا كانت المسافة الرأسية تساوى متر واحد وسرعة الجسم عندما يصل إلى ب تساوى ٤ م/ث أوجد بالجول:

اولا: طاقة الوضع المفقودة. ثانيا: الشغل المبذول من المقاومات.

الحـــل:



اولا: طاقة الوضع المفقودة

∵ طاقة الوضع المفقودة بين موضعين للجسم = ك د ل

حيث ل المسافة الراسية بين الموضعين

∴ طاقة الوضع المفقودة = ٠,٥ × ٩,٨ × ١ = ٤,٩ جول

ثانيا: الشغل المبذول من المقاومات

∵ الجسم ساكن عند أ ∴ $ط_أ = ٠$

، ∵ سرعة الجسم عند ب تساوى ٤م/ث ∴ $ط_ب = \frac{1}{2} × ٠,٥ × ٤^2 = ٤$ جول

∴ التغير فى طاقة الحركة = $ط_ب - ط_أ$ = ٤ − ٠ = ٤ جول

∵ التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة + الشغل المبذول ضد المقاومات

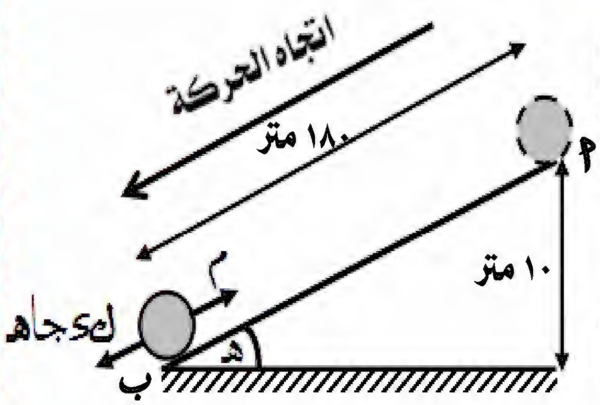
∴ ٤,٩ = ٤ + الشغل المبذول ضد المقاومات

∴ الشغل المبذول ضد المقاومات = ٤,٩ − ٤ = ٠,٩ جول

مثـــال:

تهبط عربة من السكون أسفل منحدر،ولما قطعت مسافة ١٨٠ متر ، وجد أنها هبطت مسافة ١٠ أمتار،فإذا علم أن $\frac{٣}{٤}$ طاقة الوضع فقدت نظير التغلب على المقاومات ضد الحركة،وأن هذه المقاومات ظلت ثابتة طوال حركة العربة،فأوجد سرعة العربة بعد قطعها مسافة ١٨٠ متر السابقة.

الحـــل:



العربة عند أ

∴ $ط_أ = ٠$ ، $ض_أ$ = ك × ٩,٨ × ١٠ = ٩٨ ك

العربة عند ب

∴ $ض_ب = ٠$ ، $ط_ب = \frac{1}{2}$ ك $ع^2$

∴ $\frac{٣}{٤}$ طاقة الوضع فقدت للتغلب على المقاومات

∴ $ش_أ = \frac{٣}{٤} ض_أ = \frac{٣}{٤}$ × ٩٨ ك = ٧٣,٥ ك

∵ $ط_أ + ض_أ = ط_ب + ط_ب + ش_أ$

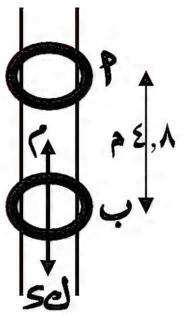
∴ ٠ + ٩٨ ك = $\frac{1}{2}$ ك $ع^2$ + ٠ + ٧٣,٥ ك ∴ $\frac{1}{2} ع^2$ = ٩٨ − ٧٣,٥ = ٢٤,٥

∴ $ع^2$ = ٢ × ٢٤,٥ = ٤٩ ∴ ع = $\sqrt{٤٩}$ = ٧ م/ث

مثـــال:

حلقة كتلتها $\frac{١}{٢}$ كجم تنزلق على عمود إسطوانى رأسى خشن ، فإذا كانت سرعتها ٦,٣ متر/ث بعد أن قطعت مسافة ٤,٨ متر من بدء حركتها باستخدام مبدأ الشغل والطاقة إحسب الشغل المبذول من المقاومة.

الحـــل:



الحلقة عند أ

∵ $ع_{أ} = ٠$ ∴ $ط_{أ} = ٠$

الحلقة عند ب

∵ $ع_{ب} = ٦,٣$ م/ث ∴ $ط_{ب} = \frac{١}{٢} ك ع^{٢}$

من مبدأ الشغل والطاقة

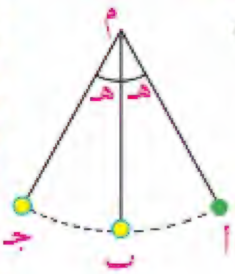
∵ التغير فى طاقة الحركة من أ إلى ب = الشغل الكلى المبذول

∴ $ط_{ب} - ط_{أ} = ش$ ∴ $\frac{١}{٢} ك ع^{٢} - ٠ = (ك د - م) \times ف$

∴ $\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times (٦,٣)^{٢} = \frac{١}{٢} \times ٩,٨ \times ٤,٨ - م ف$

∴ $ش_{م} = م ف = ٢٣,٥٢ - ٩,٩٢٢٥ = ١٣,٥٩٧٥$ جول

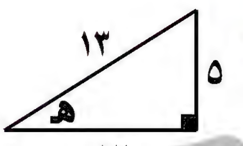
مثـــال:

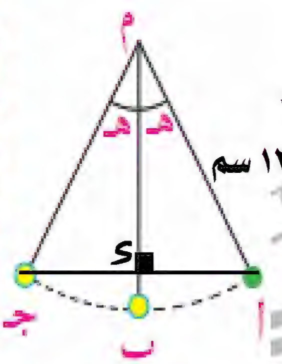


فى الشكل المجاور: بندول بسيط طول خيطه ١٣٠ سم ، يبدا الحركة من السكون من التقطة أ ويتحرك حرا ليتذبذب فى زاوية قياسها ٢هـ حيث ظاهـ $= \frac{٥}{١٢}$

أوجد سرعة الكرة عند منتصف المسار.

الحـــل:





∵ ظاهـ $= \frac{٥}{١٢}$ ∴ جتاهـ $= \frac{١٢}{١٣}$

∵ م د = م أ جتاهـ ∴ م د $= ١٣٠ \times \frac{١٢}{١٣} = ١٢٠$ سم

∴ د ب $= ١٣٠ - ١٢٠ = ١٠$ سم

∵ عند أ $ط_{أ} = ٠$ ، عند ب $ض_{ب} = ٠$

∴ $ض_{أ} = ط_{ب}$ ∴ $\cancel{ك} د ل = \frac{١}{٢} \cancel{ك} ع^{٢}$ ∴ $\frac{١}{٢} ع^{٢} = ٩٨٠ \times ١٠$

∴ $ع^{٢} = ٢ \times ٩٨٠ \times ١٠ = ١٩٦٠٠$ ∴ $ع = \sqrt{١٩٦٠٠} = ١٤٠$ سم/ث

∴ سرعة الكرة عند منتصف المسار= ١٤٠ سم/ث

٤ - ٤ القدرة

القدرة:

القدرة هى المعدل الزمنى لبذل الشغل أو هى الشغل المبذول فى وحدة الزمن

أى أن:

القدرة $= \frac{دش}{دن}$ ، $\because$ ش $= \overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف}$ $\therefore$ القدرة $= \frac{د}{دن}(\overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف})$

وإذا كانت القوة ق ثابتة فإن:

$$\text{القدرة} = \overrightarrow{ق} \bullet \frac{د\overrightarrow{ف}}{دن} = \overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ع} = ق ع \text{ جتاهـ}$$

وإذا كانت ع لها نفس إتجاه القوة ق ثابتة فإن:

$$\text{القدرة} = ق ع$$

ومن ذلك نجد ان القدرة كمية قياسية تتعين عند كل لحظة بمعلومية كل من ق ، ع

القدرة المتوسطة:

إذا بذلت القوة شغلا قدره ش خلال فترة زمنية $\Delta ن = ن_٢ - ن_١$ فإن:

$$\text{القدرة المتوسطة} = \frac{ش}{\Delta ن} = \frac{ش}{ن_٢ - ن_١}$$

استخدام التكامل:

$\because$ القدرة $= \frac{دش}{دن}$ $\therefore$ ش $= \int_{ن_١}^{ن_٢} (\text{القدرة})\, دن$

القدرة المتغيرة وأقصى قدرة:

عند ثبوت مقدار القوة ق فإن القدرة تتغير طرديا بتغير السرعة

إى أنه كلما تغير مقدار السرعة يتغير مقدار القدرة لذلك تكون القدرة متغيرة

ونحصل على أقصى قدرة عندما تصبح السرعة أقصى مايمكن وتسمى القدرة فى هذه الحالة قدرة الآلة

وحدات قياس القدرة:

$\because$ القدرة تساوى المعدل الزمن لبذل الشغل ، القدرة تساوى القوة فى السرعة

$\therefore$ وحدة قياس القدرة = وحدة شغل ÷ وحدة زمن = وحدة قوة × وحدة سرعة

وبالتالى فإن وحدات قياس القدرة هى:

1. نيوتن.م/ث = جول/ث = وات
   وهو قدرة قوة تبذل شغلا بمعدل زمنى ثابت مقداره جول واحد كل ثانية
2. داين.سم/ث = إرج/ث
   وهو قدرة قوة تبذل شغلا بمعدل زمنى ثابت مقداره إرج واحد فى كل ثانية

❸ ث.كجم.م/ث

وهو قدرة قوة تبذل شغلا بمعدل زمنى ثابت مقداره كجم.متر واحد فى كل ثانية

ث.كجم.م/ث = ٩,٨ نيوتن.م/ث	نيوتن.م/ث=جول/ث = وات = $١٠^{٧}$ ارج/ث

❹ الكيلو وات

الكيلو وات = ١٠٠٠ وات = ١٠٠٠ نيوتن.م/ث = ١٠٠٠ جول/ث = $١٠^{١٠}$ ارج/ث

❺ الحصان:

١ حصان = ٧٥ ث.كجم.م/ث

= ٧٥ × ٩,٨ نيوتن.م/ث (جول/ث = وات)

= ٧٣٥ نيوتن.م/ث (جول/ث = وات)

= ٠,٧٣٥ كيلو وات

ملاحظات:

١) القدرة تحسب عند لحظة معينة بينما الشغل يحسب دائما بين لحظتين زمنيتين.

٢) إذا كان الجسم يتحرك بسرعة منتظمة فإن القدرة تكون ثابتة وتساوى $ق$ × السرعة المنتظمة.

٣) عندما يتحرك الجسم بأقصى سرعة فإن قيمة القدرة تكون هى أقصى قيمة للقدرة وتسمى قدرة الآلة والجسم يسير بهذه القدرة عند أقصى سرعة فقط سواء كان على طريق أفقى أو على منحدر والذى يتغير هو قوة الآلة حيث تزيد أثناء الصعود على المنحدر وذلك للتغلب على مركبة الوزن التى تمثل مقاومة إضافية للحركة أما عند أى سرعة أخرى فإن قدرة الجسم تكون جزء من قدرة الآلة.

مثـــال:

محرك طائرة يعطى قوة مقدارها ٣٢,٢ × $١٠^{٤}$ نيوتن عندما تكون سرعة الطائرة ٩٠٠ كم/س إحسب قدرة المحرك بالحصان.

الحـــل:

∵ $ق$ = ٣٢,٢ × $١٠^{٤}$ نيوتن

، ع = ٩٠٠ كم/س = ٩٠٠ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٢٥٠ م/ث

∴ القدرة = $ق$ع = ٣٢,٢ × $١٠^{٤}$ × ٢٥٠ = ٨٠٥٠ × $١٠^{٤}$ نيوتن.متر (جول/ث = وات)

= $\frac{٨٠٥٠ \times ١٠^{٤}}{٧٣٥}$ ≃ ١٠٩٥٢٤ حصان

مثـــال:

شاحنة كتلتها ٦ طن تتحرك على طريق أفقى بسرعة منتظمة مقدارها ٥٤ كم/س عندما تكون قدرة محركها ٣٠ حصان ، إحسب المقاومة بثقل الكيلوجرام لكل طن من الكتلة.

الحـــل:

ك = ٦ طن ، ع = ٥٤ كم/س = $٥٤ \times \frac{٥}{١٨} = ١٥$ م/ث

القدرة = ٣٠ حصان = $٣٠ \times ٧٥ = ٢٢٥٠$ ث.كجم.م/ث

∵ القدرة = ق ع ∴ ق × ١٥ = ٢٢٥٠ ∴ ق = $\frac{٢٢٥٠}{١٥} = ١٥٠$ ث.كجم

∵ السرعة منتظمة ∴ ق = م ∴ م = ١٥٠ ث.كجم

∴ المقاومة لكل طن من الكتلة = $\frac{م}{ك} = \frac{١٥٠}{٦} = ٢٥$ ث.كجم

ملاحظة هامة:

إذا كان معدل بذل الشغل منتظما (ثابتا) فإن:

$$\text{القدرة} = \frac{\text{الشغل}}{\text{الزمن}} = \frac{\text{المسافة} \times \text{القوة}}{\text{الزمن}}$$

مثـــال:

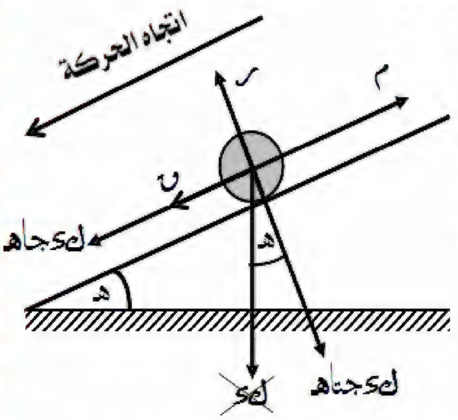
قاطرة كتلتها ٢٨ طن تجر عربة كتلتها ٥٦ طن بعجلة ثابتة أسفل منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠٠}$ ولما بلغت قدرة محركها ٨٤ حصان أصبحت سرعتها ٢١ م/ث إحسب عجلة الحركة إذا علم أن المقاومة ١٠ ث.كجم لكل طن من الكتلة.

الحـــل:

∵ القدرة = ٨٤ حصان = $٨٤ \times ٧٥ = ٦٣٠٠$ ث.كجم.م/ث ، ع = ٢١ م/ث

∵ القدرة = ق ع ∴ ق × ٢١ = ٦٣٠٠

∴ ق = $\frac{٦٣٠٠}{٢١} = ٣٠٠$ ث.كجم



$ك_١ = ٢٨$ طن ، $ك_٢ = ٥٦$ طن

$ك_١ + ك_٢ = ٢٨ + ٥٦ = ٨٤$ طن = ٨٤٠٠٠ كجم

∵ المقاومة لكل طن = ١٠ ث.كجم

∴ م = $١٠ \times ٨٤ = ٨٤٠$ ث.كجم

معادلة حركة القاطرة والعربة هى:

$$\text{ق} + \text{ك}\,\text{ء}\,\text{جا}\,\text{هـ} - \text{م} = \text{ك}\,\text{جـ} \qquad \text{حيث } \text{ك} = \text{ك}_{١} + \text{ك}_{٢}$$

$$٣٠٠ \times ٩{,}٨ + ٨٤٠٠٠ \times ٩{,}٨ \times \frac{١}{١٠٠} - ٨٤٠ \times ٩{,}٨ = ٨٤٠٠٠\,\text{جـ}$$

$$٣٠٠ \times ٩{,}٨ = ٨٤٠٠٠\,\text{جـ} \quad \therefore \text{جـ} = \frac{٣٠٠ \times ٩{,}٨}{٨٤٠٠٠} = \frac{٧}{٢٠٠} = ٠{,}٠٣٥\ \text{م/ث}^{٢}$$

📖 مثـــال:

اثرت قوة $\overleftarrow{\text{ق}}$ على جسيم بحيث كان متجه إزاحته يعطى كدالة فى الزمن ن بالعلاقة:

$\overleftarrow{\text{ف}} = (٣\text{ن}^{٢} + \text{ن})\overleftarrow{\text{س}} - ٤\text{ن}\,\overleftarrow{\text{ص}}$ حيث $\overleftarrow{\text{س}}$ ، $\overleftarrow{\text{ص}}$ متجها وحدة متعامدين. أوجد $\overleftarrow{\text{ق}}$ إذا كانت قدرة القوة $\overleftarrow{\text{ق}}$ تساوى ٧٥ إرج/ث عندما ن = ٤ ث ، وكانت قدرة القوة $\overleftarrow{\text{ق}}$ تساوى ١٦٥ إرج/ث عندما ن = ٩ ث علما بأن ف مقاسة بالسنتيمتر ، ق مقاسة بالداين.

✍ الحـــل:

نفرض أن القوة $\overleftarrow{\text{ق}} = \text{ل}\,\overleftarrow{\text{س}} + \text{م}\,\overleftarrow{\text{ص}}$ ، $\because \overleftarrow{\text{ف}} = (٣\text{ن}^{٢} + \text{ن})\overleftarrow{\text{س}} - ٤\text{ن}\,\overleftarrow{\text{ص}}$

$$\therefore \overleftarrow{\text{ق}} \bullet \overleftarrow{\text{ف}} = (\text{ل}\,\overleftarrow{\text{س}} + \text{م}\,\overleftarrow{\text{ص}}) \bullet ((٣\text{ن}^{٢} + \text{ن})\overleftarrow{\text{س}} - ٤\text{ن}\,\overleftarrow{\text{ص}}) = (٣\text{ن}^{٢} + \text{ن})\text{ل} - ٤\text{ن}\,\text{م}$$

$$\because \text{القدرة} = \frac{\text{ء}}{\text{ءن}}(\overleftarrow{\text{ق}} \bullet \overleftarrow{\text{ف}}) \qquad \therefore \text{القدرة} = (٦\text{ن} + ١)\text{ل} - ٤\text{م}$$

$\because$ القدرة تساوى ٧٥ إرج/ث عندما ن = ٤ ث

$$\therefore (٦ \times ٤ + ١)\text{ل} - ٤\text{م} = ٧٥ \qquad \therefore ٢٥\text{ل} - ٤\text{م} = ٧٥ \quad (١)$$

$\because$ القدرة تساوى ١٦٥ إرج/ث عندما ن = ٩ ث

$$\therefore (٦ \times ٩ + ١)\text{ل} - ٤\text{م} = ١٦٥ \qquad \therefore ٥٥\text{ل} - ٤\text{م} = ١٦٥ \quad (٢)$$

بطرح (١) من (٢) $\quad \therefore ٣٠\text{ل} = ٩٠ \quad \therefore \text{ل} = ٣$

بالتعويض فى(١) $\quad \therefore \text{م} = ٠ \qquad \boxed{\therefore \overleftarrow{\text{ق}} = ٣\,\overleftarrow{\text{س}}}$

📖 مثـــال:

إذا كانت قوة محرك سيارة تبذل شغلا بمعدل زمنى يعطى خلال الفترة الزمنية $\text{ن} \in [٠، ٥]$ بالعلاقة $٤٤\text{ن} - ٦\text{ن}^{٢}$ وإذا كانت كتلة السيارة ٩٨٠ كجم وسرعتها فى نهاية الثانية الثالثة ٩٠ كم/س فاوجد سرعتها فى نهاية الثانية الرابعة.

الحـــل:

من مبدأ الشغل والطاقة

$\because$ التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول ، $\because$ ش $= \int_{ن_1}^{ن_2} (\text{القدرة})\, دن$

$\therefore \frac{1}{2} ك (ع^2 - ع_0^2) = \int_3^4 (144ن - 26ن^2)\, دن$

$\therefore \frac{1}{2} \times 980 (ع^2 - 25^2) = \int_3^4 (144ن - 26ن^2)\, دن$

$\therefore 490 (ع^2 - 625) = \left[72ن^2 - \frac{26}{3}ن^3\right]_3^4 = \frac{550}{3}$ بالقسمة على ٤٩٠

$\therefore ع^2 - 625 = \frac{55}{147}$ $\therefore ع^2 = \frac{55}{147} + 625 = \frac{91930}{147}$

$\therefore ع = \sqrt{\frac{91930}{147}} \simeq 25$ م/ث

مثـــال:

يتحرك قطار كتلته ٢٠٠ طن على طريق أفقى بأقصى سرعة ومقدارها ٩٠ كم/س وكانت قوة المقاومة لحركته ١٢,٥ ث كجم لكل طن من كتلته ، بدأ هذا القطار فى صعود طريق يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{10}$ أوجد أقصى سرعة للقطار على الطريق المائل علما بأن قوة المقاومة لم تتغير.

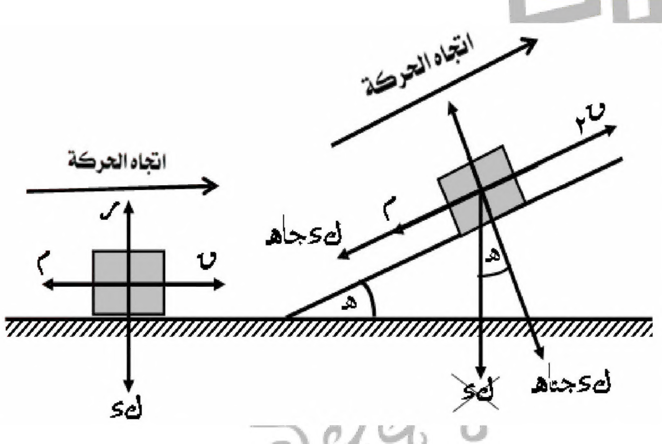
الحـــل:

ك $= 200$ طن $= 200 \times 10^3$ كجم

، ع $= 90$ كم/س $= 90 \times \frac{5}{18} = 25$ م/ث

، المقاومة لكل طن $= 10$ ث كجم

$\therefore$ م $= 12,5 \times 200 = 2500$ ث.كجم



على الطريق الأفقى:

$\because$ القطار يتحرك بأقصى سرعة $\therefore$ ق = م

حيث م المقاومة الكلية لحركة القطار

$\therefore$ ق $= 2500$ ث كجم

$\therefore$ القدرة = ق ع $= 2500 \times 25 = 62500$ ث كجم.م/ث

على المنحدر:

$\because$ القطار يتحرك بأقصى سرعة $\therefore$ $ق_٢ = م + ك د جاهـ$ حيث م المقاومة لم تتغير

$\therefore ق_٢ = ٢٥٠٠ + ٢٠٠ \times ١٠^٣ \times \frac{١}{١٠} = ٢٢٥٠٠$ ث كجم

$\because$ القدرة $= ق_٢ ع_٢$ $\therefore ٦٢٥٠٠ = ٢٢٥٠٠ ع_٢$

$\therefore ع_٢ = \frac{٦٢٥٠٠}{٢٢٥٠٠} = \frac{٢٥}{٩}$ م/ث $= \frac{٢٥}{٩} \times \frac{١٨}{٥} = ١٠$ كم/س

مثـــال:

قطار كتلته (ك) طن يتحرك على طريق أفقى بأقصى سرعة له وقدرها ٦٠ كم/س .فصلت منه العربة الأخيرة وكتلتها ١٥ طن فزادت أقصى سرعة له بمقدار ٧,٥ كم/س .أوجد قدرة الآلة بالحصان وكذلك كتلة القطار علما بأن المقاومة تساوى ٩ ث كجم لكل طن من الكتلة

الحـــل:

قبل أنفصال العربة:

الكتلة $=$ ك طن $=$ ك $\times ١٠^٣$ كجم ، ع $= ٦٠$ كم/س $= ٦٠ \times \frac{٥}{١٨} = \frac{٥٠}{٣}$ م/ث

، المقاومة لكل طن $= ٩$ ث كجم $\therefore م = ٩ \times ك = ٩ك$ ث.كجم

$\because$ القطار يتحرك بأقصى سرعة $\therefore ق = م$ $\therefore ق = ٩ك$ ث.كجم

$\therefore$ القدرة $= ق ع = ٩ك \times \frac{٥٠}{٣} = ١٥٠ك$ ث كجم.م/ث (١)

بعد أنفصال العربة:

الكتلة $=$ ك $- ١٥$ طن $= (ك - ١٥) \times ١٠^٣$ كجم

، $ع_٢ = ٦٧,٥$ كم/س $= ٦٧,٥ \times \frac{٥}{١٨} = \frac{٧٥}{٤}$ م/ث

، المقاومة لكل طن $= ٩$ ث كجم $\therefore م_٢ = ٩ \times (ك - ١٥) = ٩ك - ١٣٥$ ث.كجم

$\because$ القطار يتحرك بأقصى سرعة $\therefore ق_٢ = م_٢$ $\therefore ق_٢ = ٩ك - ١٣٥$

$\therefore$ القدرة $= ق_٢ ع_٢ = (٩ك - ١٣٥) \times \frac{٧٥}{٤}$ ث كجم.م/ث (٢)

من (١) ، (٢) $\therefore ١٥٠ك = (٩ك - ١٣٥) \times \frac{٧٥}{٤}$ $\therefore ٦٠٠ك = ٦٧٥ك - ١٠١٢٥$

$\therefore ٧٥ك = ١٠١٢٥$ $\therefore ك = \frac{١٠١٢٥}{٧٥} = ١٣٥$ طن بالتعويض فى (١)

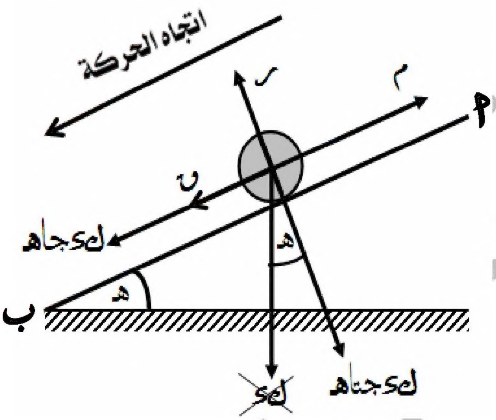
$\therefore$ القدرة $= ١٥٠ \times ١٣٥ = ٢٠٢٥٠$ ث كجم.م/ث $= \frac{٢٠٢٥٠}{٧٥} = ٢٧٠$ حصان

مثـــال:

هبطت شاحنة كتلتها ٢ طن على طريق منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠٠}$ من موقع (أ) إلى موقع (ب) بأقصى سرعة وقدرها ٩٠ كم/س .إحسب قدرة محرك السيارة إذا علمت أن مقاومة الطريق لحركتها تقدر بنسبة ١٣٪ من وزن السيارة، حملت السيارة عند وصولها إلى الموقع (ب) شحنة كتلتها $\frac{١}{٢}$ طن ثم تحركت صاعدة الطريق إلى الموقع (أ) بأقصى سرعة ، أوجد هذه السرعة إذا ظلت المقاومة على نفس نسبتها من الوزن.

الحـــل:

أثناء الهبوط:



ك = ٢طن = ٢٠٠٠ كجم

، ع = ٩٠ كم/س = ٩٠ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٢٥ م/ث

، المقاومة = ١٣٪ من الوزن

∴ م = $\frac{١٣}{١٠٠}$ × ٢٠٠٠ = ٢٦٠ ث.كجم

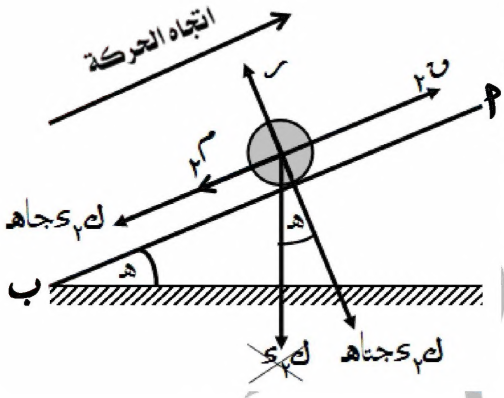
∵ السيارة تتحرك بأقصى سرعة ∴ ق + ك د جاهـ = م

∴ ق + ٢٠٠٠ × ٩,٨ × $\frac{١}{١٠٠}$ = ٢٦٠ × ٩,٨

∴ ق = ٢٦٠ × ٩,٨ − ٢٠ × ٩,٨ = ٢٤٠ × ٩,٨ نيوتن = ٢٤٠ ث.كجم

∴ القدرة = ق ع = ٢٤٠ × ٢٥ = ٦٠٠٠ ث كجم.م/ث = $\frac{٦٠٠٠}{٧٥}$ = ٨٠ حصان

أثناء الصعود:



ك$_٢$ = ٢,٥طن = ٢٥٠٠ كجم

، المقاومة = ١٣٪ من الوزن

∴ م$_٢$ = $\frac{١٣}{١٠٠}$ × ٢٥٠٠ = ٣٢٥ ث.كجم

∵ السيارة تتحرك بأقصى سرعة

∴ ق$_٢$ = م$_٢$ + ك$_٢$ د جاهـ

∴ ق$_٢$ = ٣٢٥ × ٩,٨ + ٢٥٠٠ × ٩,٨ × $\frac{١}{١٠٠}$ = ٣٥٠ × ٩,٨ نيوتن = ٣٥٠ ث.كجم

∵ القدرة = ق$_٢$ ع$_٢$ ∴ ٨٠ × ٧٥ = ٣٥٠ × ع$_٢$

∴ ع$_٢$ = $\frac{٨٠ \times ٧٥}{٣٥٠}$ = $\frac{١٢٠}{٧}$ م/ث = $\frac{١٢٠}{٧}$ × $\frac{١٨}{٥}$ = $\frac{٤٣٢}{٧}$ = ٦١ $\frac{٥}{٧}$ كم/س

مثـــال:

جسيم يتحرك تحت تأثير القوة $\overleftarrow{ق} = ٣\overleftarrow{س} + ٤\overleftarrow{ص}$ وكان متجه إزاحته يعطى كدالة فى الـزمن ن بالعلاقة: $\overleftarrow{ف} = ن\overleftarrow{س} + (\frac{١}{٢}ن^٢ + ن)\overleftarrow{ص}$ حيث ق بالنيوتن ، ف بالمتر ، ن بالثانية . أوجد:

(أ) الشغل المبذول خلال الثوانى الثلاث الأولى
(ب) متوسط القدرة خلال الثوانى الثلاث الأولى
(جـ) قدرة القوة ق عند ن = ٣ ث.

الحـــل:

$\because$ ش = $\overleftarrow{ق} \cdot \overleftarrow{ف}$ $\quad$ $\therefore$ ش = ٣ × ن + ٤ × $(\frac{١}{٢}ن^٢ + ن)$ $\quad$ $\therefore$ ش = $٢ن^٢ + ٧ن$

(أ) الشغل المبذول خلال الثوانى الثلاث الأولى

$\therefore$ ش = $٢ \times ٣^٢ + ٧ \times ٣ = ١٨ + ٢١ = ٣٩$ جول

(ب) متوسط القدرة خلال الثوانى الثلاث الأولى

$\because$ القدرة المتوسطة = $\frac{ش}{\Delta ن} = \frac{ش}{ن_٢ - ن_١}$

$\therefore$ القدرة المتوسطة خلال الثوانى الثلاث الأولى = $\frac{ش}{\Delta ن} = \frac{٣٩}{٣} = ١٣$ جول/ث (وات)

(جـ) قدرة القوة ق عند ن = ٣ ث

$\because$ القدرة = $\frac{ءش}{ءن}$ $\quad$ $\therefore$ القدرة = ٤ن + ٧

عند ن = ٣ ث $\quad$ $\therefore$ القدرة = ٤ × ٣ + ٧ = ١٩ جول/ث (وات)

" تم بفضل الله منهج الديناميكا "

مع اطيب تمنياتى بالنجاح والتفوق إن شاء الله ،،،،،،

مهندس / السيد محمود